OPCIÓN A

1. *(3 puntos)* Sea **m** una constante real. Determine para qué valores de **m** el sistema es compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible: $\begin{cases} 5x+4y+2z=0 \\ 2x+3y+z=0 \\ 4x-y+m^2z=m-1 \end{cases}$

$$|A|=\begin{vmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & -1 & m^2 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 21 & 0 & 2+4m^2 \\ 14 & 0 & 1+3m^2 \\ 4 & -1 & m^2 \end{vmatrix}=-(-1)\cdot\begin{vmatrix} 21 & 2+4m^2 \\ 14 & 1+3m^2 \end{vmatrix}=7\cdot\begin{vmatrix} 3 & 2+4m^2 \\ 2 & 1+3m^2 \end{vmatrix}=7\cdot\left[3+9m^2-\left(4+8m^2\right)\right]$$

$$|A|=7\cdot\left(3+9m^2-4-8m^2\right)=7\cdot\left(m^2-1\right)=7\cdot(m-1)\cdot(m+1)\Rightarrow Si\ |A|=0\Rightarrow 7\cdot(m-1)\cdot(m+1)=0\Rightarrow$$

$$\begin{cases} m-1=0\Rightarrow m=1 \\ m+1=0\Rightarrow m=-1 \end{cases}$$

$$\forall m\in\Re-\{-1,1\}\Rightarrow |A|\neq 0\Rightarrow rang\ (A)=3=Número\ de\ incógnitas\Rightarrow Sist.\,Compatible\ Deter\min ado$$

$Si\ m=-1$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 4 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & -1 & 1 & -2 \end{array}\right)\equiv\left(\begin{array}{ccc|c} -3 & 6 & 0 & 4 \\ -2 & 4 & 0 & 2 \\ 4 & -1 & 1 & -2 \end{array}\right)\equiv\left(\begin{array}{ccc|c} -3 & 6 & 0 & 4 \\ 1 & -2 & 0 & -1 \\ 4 & -1 & 1 & -2 \end{array}\right)\equiv\left(\begin{array}{ccc|c} -3 & 6 & 0 & 4 \\ 1 & -2 & 0 & -1 \\ 4 & -1 & 1 & -2 \end{array}\right)\equiv\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 0 & -1 \\ 4 & -1 & 1 & -2 \end{array}\right)\Rightarrow$$

$$rang\ (A)=2\neq rang\ (A/B)=3\Rightarrow Sistema\ Incompatible$$

$Si\ m=1$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 4 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right)\equiv\left(\begin{array}{ccc|c} -3 & 6 & 0 & 0 \\ -2 & 4 & 0 & 0 \\ 4 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right)\equiv\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{array}\right)\equiv\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)\Rightarrow rang\ (A)=rang\ (A/B)=2$$

$$Sist.\,Compatible\ In\det er\min ado$$

2.
a) *(1,5 puntos)* Estudie la posición relativa de los planos:

$$\pi : x-2y+z=1 \qquad \pi' : \begin{cases} x=2\lambda+\mu \\ y=\lambda+k\mu \\ z=1-\mu \end{cases}$$ según los diferentes valores de la constante real **k**.

b) *(0,5 puntos)* Determine el ángulo que forman esos planos cuando **k = 3**.

a) Los planos pueden ser **paralelos, coincidentes** ó **cortarse según una recta** (secantes). Son **paralelos** cuando sus vectores normales (exclusivamente) son iguales o proporcionales, siendo coincidentes cuando, además, un punto de un plano verifique la ecuación del otro plano, en caso contrario los planos son **secantes.**

$$\overrightarrow{v_\pi} = (1,-2\,,1)$$

$$\overrightarrow{v_{\pi'}} = (2\,,1,0)\wedge(1,k\,,-1)\Rightarrow v_{\pi'} = \begin{vmatrix} \vec{u} & \vec{v} & \vec{w} \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & k & -1 \end{vmatrix} = -\vec{u}+2k\vec{w}-\vec{w}+2\vec{v} = \vec{u}+2\vec{v}+(2k-1)\vec{w} \Rightarrow v_{\pi'} = (-1,2\,,2k-1)$$

De $\frac{1}{-1} = \frac{-2}{2} = \frac{1}{2k-1} \Rightarrow \frac{1}{2k-1} = -1 \Rightarrow 1=-2k+1 \Rightarrow 0=-2k \Rightarrow k=0$

Para k = 0 **los planos son paralelos.**

Como P(0,0,1) ∈ π’ verifica (0) – 2(0) + (1) = 1, tenemos que P(0,0,1) ∈ π, y **los planos son paralelos coincidentes.**

Para $\forall k \in \Re - \{0\} \Rightarrow$ Los planos son secantes

b)

Siendo α *el ángulo que forman los vectores normales de los planos*

$$\begin{cases} v_\pi = (1,-2\,,1) \\ \text{Para k } = 3, v_{\pi'} = (-1,2\,,5) \equiv (1,-2\,,-5) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\cos\alpha = \frac{|(1,-2\,,1)\cdot(1,-2\,,-5)|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+1^2}\sqrt{1^2+(-2)^2+5^2}} = \frac{|1+4-5|}{\sqrt{6}\sqrt{30}} = \frac{|0|}{\sqrt{180}} = 0 \Rightarrow \alpha = arc\cos(0) = 90^o$$

Para k = 3 los planos son perpendiculares.

3. *(4 puntos)* Considere la función $f(x)=\dfrac{x^2}{1+x}$

a) *(0,5 puntos)* Determine el dominio de la función.

b) *(1,5 puntos)* Determine, si existen, sus asíntotas.

c) *(2 puntos)* Determine los intervalos de crecimiento y los de decrecimiento de la función **f(x)** así como sus máximos y mínimos relativos, si existen.

$a)$

$1+x=0 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow Dom(f)=\forall x\in \Re-\{-1\}$

$b)$

$Asíntota\ vertical \Rightarrow x=-1$

$Asíntotas\ horizontales$

$$y=\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{1+x}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x^2}{x}}{\frac{1}{x}+\frac{x}{x}}=\lim_{x\to\infty}\frac{x}{\frac{1}{x}+1}=\frac{\infty}{\frac{1}{\infty}+1}=\frac{\infty}{0+1}=\infty$$

$No\ existe\ asíntota\ horizontal\ cuando\ x\to\infty$

$$y=\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2}{1+x}=\frac{\infty}{-\infty}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\frac{x^2}{x}}{\frac{1}{x}+\frac{x}{x}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x}{\frac{1}{x}+1}=\frac{-\infty}{\frac{1}{-\infty}+1}=\frac{-\infty}{0+1}=-\infty$$

$No\ existe\ asíntota\ horizontal\ cuando\ x\to-\infty$

$Asíntotas\ oblicuas$

$$m=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x^2}{1+x}}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{x+x^2}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x^2}{x^2}}{\frac{x}{x^2}+\frac{x^2}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{\frac{1}{x}+1}=\frac{1}{\frac{1}{\infty}+1}=\frac{1}{0+1}=1$$

$$n=\lim_{x\to\infty}[f(x)-mx]=\lim_{x\to\infty}\left[\frac{x^2}{1+x}-1\cdot x\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-x-x^2}{1+x}=\lim_{x\to\infty}\frac{-x}{1+x}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to\infty}\frac{-\frac{x}{x}}{\frac{1}{x}+\frac{x}{x}}=\lim_{x\to\infty}\frac{-1}{\frac{1}{x}+1}=\frac{-1}{\frac{1}{\infty}+1}=-1$$

$Existe\ asíntota\ oblicua,\ y=x-1\ cuando\ x\to\infty$

$$m=\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\frac{x^2}{1+x}}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2}{x+x^2}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\frac{x^2}{x^2}}{\frac{x}{x^2}+\frac{x^2}{x^2}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{\frac{1}{x}+1}=\frac{1}{\frac{1}{-\infty}+1}=\frac{1}{0+1}=1$$

$$n=\lim_{x\to-\infty}[f(x)-mx]=\lim_{x\to-\infty}\left[\frac{x^2}{1+x}-1\cdot x\right]=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2-x-x^2}{1+x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x}{1+x}=\frac{\infty}{-\infty}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-\frac{x}{x}}{\frac{1}{x}+\frac{x}{x}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-1}{\frac{1}{x}+1}=$$

$$=\frac{-1}{\frac{1}{-\infty}+1}=-1$$

$Existe\ asíntota\ oblicua,\ y=x-1\ cuando\ x\to-\infty$

Continuación del Problema 3 de la opción A

c)

$$f'(x)=\frac{2x(1+x)-x^2}{(1+x)^2}=\frac{2x+2x^2-x^2}{(1+x)^2}=\frac{x^2+2x}{(1+x)^2}=\frac{x(x+2)}{(1+x)^2}\Rightarrow Creciente\Rightarrow f'(x)>0\Rightarrow\frac{x(x+2)}{(1+x)^2}>0\Rightarrow$$

$$\begin{cases} x>0 \\ x+2>0\Rightarrow x>-2 \\ (1+x)^2>0\Rightarrow\forall x\in\Re \end{cases}$$

x > 0	(-)	(-)	(+)
x > -2	(-)	(+)	(+)
$(1 + x)^2 > 0$	(+)	(+)	(+)
Solución	(+)	(-)	(+)

Creciente $\forall x\in\Re/(x<-2)\cup(x>0)$ Decreciente $\forall x\in\Re/-2<x<0$

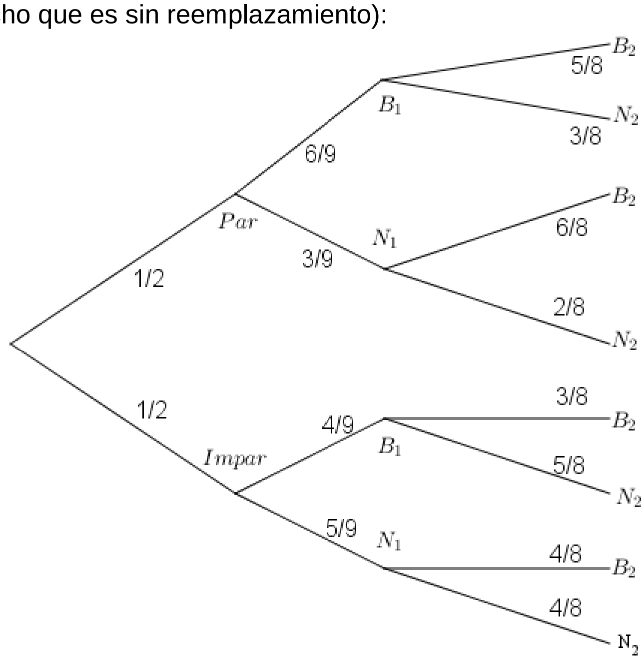
Máximo relativo $x=-2\Rightarrow f(-2)=\frac{(-2)^2}{1+(-2)}=\frac{4}{-1}=-4$ de Creciente pasa a Decreciente

Mínimo relativo $x=0\Rightarrow f(0)=\frac{0^2}{1+0}=\frac{0}{1}=0$ de Decreciente pasa a Creciente

4. *(1 punto)* Se dispone de dos cajas con bolas blancas y negras. La caja *A* contiene 6 bolas blancas y 3 negras; y la caja *B* contiene 4 bolas blancas y 5 negras. Se lanza un dado y si sale par se sacan dos bolas de la caja *A*, una tras otra, sin reponer ninguna. Por su parte, si sale impar al lanzar el dado se sacan dos bolas de la caja *B*, también una tras otra, sin reponer ninguna.
¿Cuál es la probabilidad de extraer exactamente dos bolas blancas?

Llamemos Par, Impar, B_1, B_2, N_1 y N_2, a los sucesos siguientes, “salir par al lanzar el dado”, “salir impar al lanzar el dado”, "Sacar blanca en la 1ª extracción”, "Sacar blanca en la 2ª extracción”, "Sacar negra en la 1ª extracción”, y "Sacar negra en la 2ª extracción”.

Resumimos todo esto en un diagrama de árbol con sus probabilidades (en la 2ª extracción hay una bola menos porque nos han dicho que es sin reemplazamiento):



Viendo el diagrama de árbol, para que se puedan obtener dos bolas blancas tenemos.

p(Dos blancas) = $p(Par)\cdot p(B_1/Par)\cdot p(B_2/(B_1\cap Par) + p(Impar)\cdot p(B_1/Impar)\cdot p(B_2/(B_1\cap Impar) =$
$= (1/2)\cdot(6/9)\cdot(5/8) + (1/2)\cdot(4/9)\cdot(3/8)$ **= 7/24 ≅ 0’291667.**

OPCIÓN B

1. *(3 puntos)* Sea ***k*** un constante real cualquiera y considere la matriz: $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 4\\ 0 & k & 3k+2\\ 1 & 0 & -k\end{pmatrix}$

a) *(1 punto)* Estudie la existencia de inversa de la matriz **A** según los diferentes valores de ***k*.**
b) *(1 punto)* Si **k = 2**, calcule la inversa de **A**, si existe**.**
c) *(1 punto)* Determine el rango de la matriz **A** según los diferentes valores de ***k*.**

a) Una matriz tiene inversa siempre que su determinante no sea nulo

$$|A|=\begin{vmatrix}1 & 0 & 4\\ 0 & k & 3k+2\\ 1 & 0 & -k\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1 & 0 & 4\\ 0 & k & 3k+2\\ 0 & 0 & -k-4\end{vmatrix}=1\cdot\begin{vmatrix}k & 3k+2\\ 0 & -(k+4)\end{vmatrix}=-k(k+4)\Rightarrow Si\ |A|=0\Rightarrow k(k+4)=0\Rightarrow\begin{cases}k=0\\ k=-4\end{cases}\Rightarrow$$

$\forall k\in\Re-\{-4\,,0\}\Rightarrow|A|\neq 0\Rightarrow Existe\ A^{-1}$

b)

$$Para\ k=2\Rightarrow|A|=-2\cdot(2+4)=-12\neq 0\Rightarrow|A|\neq 0\Rightarrow Existe\ A^{-1}\Rightarrow A^{-1}=\frac{1}{|A|}\cdot adj\left(A^t\right)\Rightarrow A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 4\\ 0 & 2 & 8\\ 1 & 0 & -2\end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$A^t=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 2 & 0\\ 4 & 8 & -2\end{pmatrix}\Rightarrow adj\left(A^t\right)=\begin{pmatrix}-4 & 0 & -8\\ 8 & -6 & -8\\ -2 & 0 & 2\end{pmatrix}\Rightarrow A^{-1}=\frac{1}{-12}\cdot\begin{pmatrix}-4 & 0 & -8\\ 8 & -6 & -8\\ -2 & 0 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3}\\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{2} & \frac{2}{3}\\ \frac{1}{6} & 0 & -\frac{1}{6}\end{pmatrix}$$

c)

$\forall k\in\Re-\{-4\,,0\}\Rightarrow|A|\neq 0\Rightarrow rang\ (A)=3$

$Si\ k=-4$

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 4\\ 0 & -4 & -10\\ 1 & 0 & 4\end{pmatrix}\equiv\begin{pmatrix}1 & 0 & 4\\ 0 & -4 & -10\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}\equiv\begin{pmatrix}1 & 0 & 4\\ 0 & 2 & 5\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}\Rightarrow rang\ (A)=2$$

$Si\ k=0$

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 4\\ 0 & 0 & 2\\ 1 & 0 & 0\end{pmatrix}\equiv\begin{pmatrix}1 & 0 & 4\\ 0 & 0 & 2\\ 0 & 0 & -4\end{pmatrix}\equiv\begin{pmatrix}1 & 0 & 4\\ 0 & 0 & 2\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}\Rightarrow rang\ (A)=2$$

2. *(2 puntos)*
a) *(1,5 puntos)* Determine, **como intersección de dos planos**, la ecuación de la recta que es paralela a la recta: $r:\begin{cases} 2x-3y+z=4 \\ y+z=0 \end{cases}$ y pasa por el punto **P : (2 , 1 , -1)**

b) *(0,5 puntos)* Determine el ángulo que forman los dos planos siguientes: $\begin{cases} \pi : 2x-3y+z=4 \\ \pi' : y+z=0 \end{cases}$

a) La recta **s** tiene el mismo vector director que **r** y pasa por el punto P; de la ecuación continua de la recta hallaremos los planos pedidos

$$\begin{cases} 2x-3y+z=4 \\ -y-z=0 \end{cases} \Rightarrow 2x-4y=4 \Rightarrow x-2y=2 \Rightarrow x=2+2y \Rightarrow z=-y \Rightarrow \vec{v_s}=\vec{v_r}=(2,1,-1) \Rightarrow$$

$$s:\frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+1}{-1} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{1} \Rightarrow x-2=2y-2 \\ \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{z+1}{-1} \Rightarrow x-2=-2z-2 \end{cases} \Rightarrow s:\begin{cases} x-2y=0 \\ x+2z=0 \end{cases}$$

b) Siendo α el ángulo que forman los planos

$$\begin{cases} \vec{v_\pi}=(2,-3,1) \\ \vec{v_{\pi'}}=(0,1,1) \end{cases} \Rightarrow \cos\alpha=\frac{|(2,-3,1)\cdot(0,1,1)|}{\sqrt{2^2+(-3)^2+1^2}\sqrt{0^2+1^2+1^2}}=\frac{|2\cdot 0+(-3)\cdot 1+1\cdot 1|}{\sqrt{14}\sqrt{2}}=\frac{|-2|}{2\sqrt{7}}=\frac{2}{2\sqrt{7}}=\frac{1}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{7}}{7} \Rightarrow$$

$$\alpha=arc\cos\left(\frac{\sqrt{7}}{7}\right)=67^\circ 47' 32{,}4''$$

3. *(4 puntos)*
a) *(1 punto)* Determine los valores de *“a”* y *“b”* para que la función que aparece a continuación sea continua:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{e^x} & si \quad x\le 0 \\ a\cos(x)+b & si \quad 0<x\le\pi \\ sen(x)-ax & si \quad x>\pi \end{cases}$$

b) *(1,5 puntos)* Calcule la integral: $\int x^2(\ln x)^2dx$

c) *(1,5 puntos)* Determine el siguiente límite: $\lim\limits_{x\to 1}\left[e^{(x-1)}-1\right]^{(x-1)}$

$$\begin{cases} \begin{cases} f(0)=\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\dfrac{1}{e^0}=\dfrac{1}{1}=1 \\ \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=a\cos(0)+b=a\cdot 1+b=a+b \end{cases} \Rightarrow f(0)=\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)\Rightarrow a+b=1 \\ \begin{cases} f(\pi)=\lim\limits_{x\to \pi^-} f(x)=a\cos(\pi)+b=a\cdot(-1)+b=-a+b \\ \lim\limits_{x\to \pi^+} f(x)=sen(\pi)-a\pi=0-a\pi=-a\pi \end{cases} \Rightarrow f(\pi)=\lim\limits_{x\to \pi^-} f(x)=\lim\limits_{x\to \pi^+} f(x)\Rightarrow -a+b=-a\pi \end{cases}\Rightarrow$$

$$\begin{cases} a+b=1 \\ a\pi-a+b=0 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} a+b=1 \\ -a\pi+a-b=0 \end{cases}\Rightarrow 2a-a\pi=1\Rightarrow a(2-\pi)=1\Rightarrow a=\frac{1}{2-\pi}\Rightarrow\frac{1}{2-\pi}+b=1\Rightarrow$$

$$1+(2-\pi)b=2-\pi\Rightarrow(2-\pi)b=1-\pi\Rightarrow b=\frac{1-\pi}{2-\pi}=\frac{\pi-1}{\pi-2}$$

$b)$

$$I=\int x^2(\ln x)^2dx=\frac{1}{3}\cdot x^3\cdot(\ln x)^2-\int\frac{1}{3}\cdot x^3\cdot 2(\ln x)\cdot\frac{1}{x}\,dx=\frac{1}{3}\cdot x^3\cdot(\ln x)^2-\frac{2}{3}\int x^2\ln x\,dx$$

$$\begin{cases} (\ln x)^2=u\Rightarrow du=2(\ln x)\cdot\dfrac{1}{x} \\ x^2dx=dv\Rightarrow v=\int x^2dx=\dfrac{1}{3}\cdot x^3 \end{cases}$$

$$\int x^2\ln x\,dx=\frac{1}{3}\cdot x^3\cdot\ln x-\int\frac{1}{3}\cdot x^3\cdot\frac{1}{x}=\frac{1}{3}\cdot x^3\cdot\ln x-\frac{1}{3}\int x^2\,dx$$

$$\begin{cases} \ln x=u\Rightarrow du=\dfrac{1}{x} \\ x^2dx=dv\Rightarrow v=\int x^2dx=\dfrac{1}{3}\cdot x^3 \end{cases}$$

$$I=\frac{1}{3}\cdot x^3\cdot(\ln x)^2-\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{1}{3}\cdot x^3\cdot\ln x-\frac{1}{3}\int x^2\,dx\right)=\frac{1}{3}\cdot x^3\cdot(\ln x)^2-\frac{2}{9}\cdot x^3\cdot\ln x+\frac{2}{9}\int x^2\,dx$$

$$I=\frac{1}{3}\cdot x^3\cdot(\ln x)^2-\frac{2}{9}\cdot x^3\cdot\ln x+\frac{2}{9}\cdot\frac{1}{3}\cdot x^3=\frac{1}{3}\cdot x^3\cdot\left[(\ln x)^2-\frac{2}{3}\cdot\ln x+\frac{2}{9}\right]+K$$

Continuación del Problema 3 de la opción B

c)

$$L=\lim_{x\to 1}\left[e^{(x-1)}-1\right]^{(x-1)}=\left[e^{(1-1)}-1\right]^{(1-1)}=\left(e^{0}-1\right)^{0}=(1-1)^{0}=0^{0}\Rightarrow \ln L=\lim_{x\to 1}\ln\left[e^{(x-1)}-1\right]^{(x-1)}=$$

$$=\lim_{x\to 1}(x-1)\ln\left[e^{(x-1)}-1\right]=(1-1)\cdot\ln\left[e^{(1-1)}-1\right]=0\cdot(-\infty)=\lim_{x\to 1}\frac{\ln\left[e^{(x-1)}-1\right]}{\frac{1}{x-1}}=\frac{\ln\left[e^{(1-1)}-1\right]}{\frac{1}{1-1}}=\frac{\ln[0]}{\frac{1}{0}}=\frac{\infty}{\infty}=$$

$$=\xrightarrow{\text{Aplicando L'Hopital}}=\lim_{x\to 1}\frac{\frac{1}{\left[e^{(x-1)}-1\right]}\cdot e^{(x-1)}}{-\frac{1}{(x-1)^{2}}}=\lim_{x\to 1}\frac{e^{(x-1)}\cdot(x-1)^{2}}{-\left[e^{(x-1)}-1\right]}=\frac{e^{(1-1)}\cdot(1-1)^{2}}{-\left[e^{(1-1)}-1\right]}=\frac{e^{0}\cdot 0^{2}}{-\left(e^{0}-1\right)}=\frac{1\cdot 0}{-(1-1)}=\frac{0}{0}=$$

$$=\xrightarrow{\text{Aplicando L'Hopital}}=\lim_{x\to 1}\frac{e^{(x-1)}\cdot(x-1)^{2}+2\cdot(x-1)\cdot e^{(x-1)}}{-e^{(x-1)}}=\lim_{x\to 1}\frac{e^{(x-1)}\cdot(x-1)[(x-1)+2\cdot]}{-e^{(x-1)}}=$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{-1}=\frac{(1-1)(1+1)}{-1}=\frac{0\cdot 2}{-1}=0\Rightarrow \ln L=\lim_{x\to 1}\ln\left[e^{(x-1)}-1\right]^{(x-1)}=0\Rightarrow \lim_{x\to 1}\left[e^{(x-1)}-1\right]^{(x-1)}=e^{0}=1$$

4. *(1 punto)* En una clase de bachillerato, el 60% de los alumnos aprueban matemáticas, el 50% aprueban inglés y el 30% aprueban las dos asignaturas. Calcule la probabilidad de que un alumno elegido al azar:

a) *(0,5 puntos)* Apruebe alguna de las dos asignaturas (una o las dos).

b) *(0,5 puntos)* Apruebe Matemáticas sabiendo que ha aprobado inglés.

Sean M e I los sucesos “aprobar matemáticas” y “aprobar inglés”.

Del problema tenemos: p(M) = 60% = 0’6; p(I) = 50% = 0’5; p(aprueban las dos) = p(M y I) = p(M$\cap$I) = 30% = = 0’3.

a) Me piden **p(apruebe alguna) = p(M ó I) = p(M$\cup$I) =** p(M) + p(I) - p(M$\cap$I) = 0’6 + 0’5 – 0’3 **= 0’8**.

b) Me piden **p(apruebe matemáticas sabiendo que ha aprobado inglés) = p(M/I)** $=\dfrac{p(M\cap I)}{p(I)}=$

= 0’3/0’5 **= 0’6.**